

ИММ УРО РАН (ЕКАТЕРИНБУРГ)  
ИПМ им. М.В.Келдыша РАН (МОСКВА)  
ИГиЛ СО РАН (НОВОСИБИРСК)  
ЮГИНФО РГУ (РОСТОВ-НА-ДОНУ)

---

# АКТУАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ

Тезисы докладов II Всероссийской  
конференции, посвященной памяти  
академика А.Ф.Сидорова  
(8–11 сентября 2004 г.)

АБРАУ–ДЮРСО  
2004

## **АНАЛИЗ АНАЛИТИЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ НЕКОТОРЫХ СТАТИЧЕСКИХ И ДИНАМИЧЕСКИХ ЗАДАЧ НЕСИММЕТРИЧНОЙ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ**

Шардаков И.Н., Кулеш М.А.

*Институт механики сплошных сред УрО РАН, г.Пермь,  
shardakov@icmm.ru*

В настоящее время известен ряд моделей механики деформируемого твердого тела, в которых деформация среды описывается не только вектором перемещений, но и вектором поворота. Классические работы по несимметричной теории упругости (среда Коссера) содержат утверждение, что варианты этой теории позволят обеспечить лучшее соответствие с экспериментом при существенных градиентных напряжениях. Вместе с тем, приложения этих моделей практически отсутствуют, так как нет достоверных данных о материальных константах несимметричной теории упругости и фактически нет экспериментов, в которых зафиксированы эффекты моментного поведения при деформировании упругих тел.

Одним из факторов, определяющих положительный или отрицательный ответ о практической полезности несимметричной теории упругости и открывающих возможность постановки соответствующих экспериментов, является наличие аналитических решений в рамках этой теории.

В работе представлены аналитические решения четырех статических задач в рамках среды Коссера: задача о сдвиге бесконечного слоя (пластины), закрепленной по обоим краям и находящейся под действием сил тяжести; задача о кручении жестко закрепленного по внешнему контуру упругого кольца; задача о деформировании жестко закрепленного по внешнему контуру кольца за счет смещения внутреннего контура; задача Кирша об одноосном растяжении бесконечной пластины, ослабленной круговым отверстием.

В работе также получены аналитические решения уравнений эластокинетики среды Коссера для задачи о распространении монохроматической поверхностной волны Релея, а также представленной в виде волнового пакета произвольной формы.

Анализ полученных решений осуществлялся путем сопоставления их с соответствующими решениями, полученными в рамках классической теории упругости. Для каждого решения в качестве

меры сопоставления были выбраны макропараметры, которые могут быть конструктивно экспериментально измерены. Для первой задачи - это максимальные осевые смещения. Для второй задачи - крутящий момент на внутреннем контуре, который определяется по величине напряжений на этом контуре. Для третьей задачи - это осевая сила реакции внутреннего контура, также определяемая по величине напряжений на внутреннем контуре. В четвертой задаче роль макропараметра играет степень искажения контура кругового отверстия. Для волновых задач в качестве меры сопоставления можно использовать такие параметры как коэффициент эллиптичности волны, волновое число, фазовую и групповую скорости.

По полученным результатам сопоставления статических задач можно сделать вывод, что степень отличия главным образом определяется характерным геометрическим параметром задачи. Для каждой конкретной задачи он индивидуален. Но общее свойство таково: чем меньше характерный геометрический параметр, тем выше степень различия сопоставляемых решений, а следовательно, и наиболее ярко могут проявиться моментные свойства материала при соответствующих экспериментах. По результатам сопоставления волновых задач можно сделать следующий общий вывод: степень отличия сопоставляемых решений по параметрам, выделенным выше, в значительной степени зависит от частоты, при увеличении которой она возрастает.

Полученные результаты сопоставления могут и будут использоваться в реализации экспериментов с целью обнаружения эффектов проявления моментных свойств среды.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 03-01-00561) и Научно-образовательного центра REC-009-0.